

# Elektronische Übungen und Prüfungsvorleistungen im Bereich der höheren Mathematik

**Franziska Nestler, Daniel Potts**  
Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Mathematik

**Yvonne Winkelmann**  
BPS Bildungsportal Sachsen GmbH

**E-Prüfungs-Symposium 2017**

**Universität Bremen, 19.09.2017**

## Überblick

- 1 Erstellung parametrisierter Aufgaben in OPAL / ONYX  
Realisierung, Aufgabenformen und Beispiele.
- 2 Einsatzszenarien an der TU Chemnitz

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

Tools (BPS Bildungsportal Sachsen GmbH):



### **Lernplattform OPAL**

Verwaltung / Organisation von Kursen

Bereitstellung von elektronischen Übungsaufgaben.



### **ONYX Editor**

Erstellung von elektronischen Übungsaufgaben und Tests.

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

Tools (BPS Bildungsportal Sachsen GmbH):



### Lernplattform OPAL

Verwaltung / Organisation von Kursen  
Bereitstellung von elektronischen Übungsaufgaben.



### ONYX Editor

Erstellung von elektronischen Übungsaufgaben und Tests.

### 2014: Projekt ELMAT (TU Chemnitz und BPS)

Elektronische Übungs- und Bewertungstools für Mathematikveranstaltungen

- Formeleingabe mit dem gebräuchlichen Textsystem LaTeX
- Anbindung des Computer-Algebra-Systems Maxima
  - Parametrisierte Aufgaben, Variablen
  - Formeleingabe

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

### CAS Maxima:

- Zufällige Auswahl von Variablen (ganze Zahl, Gleitkommazahl, Text).
- Weiterverwertung der generierten Variablen.

Variable	Typ	Wert
{preis}	Ganze Zahl	Wertebereich: min=200, max=2.000, step=100
{ersparnis_prozent}	Ganze Zahl	Wertebereich: min=5, max=45, step=5
{preis_neu}	Ganze Zahl	Berechnung (MAXIMA): $(100 - \text{ersparnis\_prozent}) / 100 * \text{preis}$
{ersparnis_euro}	Ganze Zahl	Berechnung (MAXIMA): $\text{preis} - \text{preis\_neu}$

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

### CAS Maxima:

- Zufällige Auswahl von Variablen (ganze Zahl, Gleitkommazahl, Text).
- Weiterverwertung der generierten Variablen.

⊗ Erreicht: 0 von 1 Punkt(en)

Ein Produkt ist von 1300 € auf 780 € herabgesetzt.

Dies entspricht einer Ersparnis von   (40) %.

#### Leider falsch!

Gesucht ist die Ersparnis in Prozent. Die Ersparnis in Euro beträgt 520 €.

Die prozentuale Ersparnis ist demnach

$$\frac{520}{1300} = \dots = \frac{40}{100} \hat{=} 40\%.$$

⊙ Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

Ein Produkt ist von 1500 € auf 1050 € herabgesetzt.

Dies entspricht einer Ersparnis von   %.

#### Richtig!

Gesucht ist die Ersparnis in Prozent. Die Ersparnis in Euro beträgt 450 €.

Die prozentuale Ersparnis ist demnach

$$\frac{450}{1500} = \dots = \frac{30}{100} \hat{=} 30\%.$$

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

**Formelvergleich:** Nicht nur Zahlen kommen als Lösungen in Frage, sondern auch beliebige mathematische Ausdrücke.

**Beispiel:** Eine gesuchte Funktion angeben.

Gegeben sind die Punkte  $(2, 7)$ ,  $(3, 15)$  und  $(-1, 7)$ .

Geben Sie diejenige quadratische Funktion  $f$  an, welche die Punkte miteinander verbindet.

$$f(x) = \text{input field: } 2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 3 \quad ? \quad 2x^2 - 2x + 3 \quad \otimes$$

**Formeleingabe:**  $x \cdot y = x^*y$ ,  $x^y = x^y$

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

**Formelvergleich:** Nicht nur Zahlen kommen als Lösungen in Frage, sondern auch beliebige mathematische Ausdrücke.

**Beispiel:** Eine gesuchte Funktion angeben.

✔ Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

Gegeben sind die Punkte  $(2, 7)$ ,  $(3, 15)$  und  $(-1, 7)$ .

Geben Sie diejenige quadratische Funktion  $f$  an, welche die Punkte miteinander verbindet.

$$f(x) = \checkmark \quad 2^*x^2-2^*x+3$$

**Formeleingabe:**  $x \cdot y = x^*y$ ,  $x^y = x^y$



## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

**Formelvergleich:** Nicht nur Zahlen kommen als Lösungen in Frage, sondern auch beliebige mathematische Ausdrücke.

**Beispiel:** Eine gesuchte Funktion angeben.

{a}	Ganze Zahl	Zufällige Auswahl: -3; -2; -1; 1; 2; 3
{b}	Ganze Zahl	Zufällige Auswahl: -3; -2; -1; 1; 2; 3
{c}	Ganze Zahl	Zufällige Auswahl: -3; -2; -1; 1; 2; 3
{solution}	Text	Berechnung (MAXIMA): <code>string({a}*x^2+{b}*x+{c})</code>

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

**Formelvergleich:** Nicht nur Zahlen kommen als Lösungen in Frage, sondern auch beliebige mathematische Ausdrücke.

**Beispiel:** Eine gesuchte Funktion angeben.

Art der Lücke	<input type="text" value="Formel"/>
Lösung	<input type="text" value="{solution}"/> <a href="#">Validieren</a>
Geben Sie die Lösung in MAXIMA-Schreibweise an. Zur Auswertung wird Formelvergleich durchgeführt.	
Bewertung (MAXIMA)	<input type="text" value="Richtig/Falsch"/>
<pre>is(equal(LEARNERRESPONSE,CORRECTRESPONSE));</pre>	

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- **Nichteindeutigkeit der Lösung**, Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig), Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder, Beachtung von Folgefehlern

Gegeben sei die Ebene

$$E : \begin{pmatrix} x(s, t) \\ y(s, t) \\ z(s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine parameterfreie Darstellung der Ebene an!

$E :$

**Beispieleingaben:**  $17*x-9*y+5*z=77$  oder auch  $5*z-9*y=77-17*x$

Gegeben sei die Ebene

$$E : \begin{pmatrix} x(s, t) \\ y(s, t) \\ z(s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine parameterfreie Darstellung der Ebene an!

$E :$

**Beispieleingaben:**  $17*x-9*y+5*z=77$  oder auch  $5*z-9*y=77-17*x$

`is(equal(solve(LEARNERRESPONSE, x), solve(CORRECTRESPONSE, x)))`

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, **Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig)**, Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder, Beachtung von Folgefehlern

✔ Erreicht: 1 von 2 Punkt(en)

Wir betrachten die von  $x \in \mathbb{R}$  abhängige Matrix

$$A(x) := \begin{pmatrix} \cos(x) & \sin(x) \\ -\sin(x) & \cos(x) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Determinante.

det  $A(x) =$    (1)

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig), **Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder**, Beachtung von Folgefehlern

Ergänzen Sie die Lücken im folgenden linearen Gleichungssystem, sodass es *nicht* lösbar wird!

$$\begin{pmatrix} -9 & -3 & -6 \\ -14 & 4 & 1 \\ -5 & 7 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig), **Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder**, Beachtung von Folgefehlern

☑ Erreicht: 3 von 3 Punkt(en)

Führen Sie eine Partialbruchzerlegung durch!

$$f(x) = \frac{7x^2 + 20x + 16}{x^3 + 4x^2 + 4x} = \checkmark \boxed{-2/(x+2)^2} (4/x) + \checkmark \boxed{4/x} (3/(x+2)) + \checkmark \boxed{3/(x+2)} (-2/(x+2)^2) .$$

Dabei ist egal in welcher Reihenfolge Sie die Terme eingeben!

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig), Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder, **Beachtung von Folgefehlern**

🕒 Erreicht: 1 von 2 Punkt(en)

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x^4 \cos(5x)$ .

Berechnen Sie die erste sowie die 2. Ableitung.

$$f'(x) = \text{✗ } 4 \cdot x^3 \cdot \cos(5 \cdot x) + 5 \cdot x^4 \cdot \sin(5 \cdot x) \quad (4 \cdot x^3 \cdot \cos(5 \cdot x) - 5 \cdot x^4 \cdot \sin(5 \cdot x))$$

$$f''(x) = \text{✓ } \cos(5 \cdot x) \cdot (25 \cdot x^4 + 12 \cdot x^2) \quad ((-40 \cdot x^3 \cdot \sin(5 \cdot x)) - 25 \cdot x^4 \cdot \cos(5 \cdot x) + 12 \cdot x^2 \cdot \cos(5 \cdot x))$$

**Hinweis:** Sie erhalten Punkte auf Folgefehler!

**Formeleingabe:**  $x \cdot y = x^y$ ,  $x^y = x^y$ ,  $\sin x = \sin(x)$ ,  $\cos x = \cos(x)$

⌵

## Elektronische Übungsaufgaben in ONYX

- Auswertung des Formelvergleichs individuell anpassbar (Expertenmodus)
- Nichteindeutigkeit der Lösung, **Anpassbarkeit der Punkte (halbrichtig)**, Einbeziehen der Antworten anderer Eingabefelder, **Beachtung von Folgefehlern**

☑ Erreicht: 0,5 von 2 Punkt(en)

Wir betrachten das Anfangswertproblem  $y' - 2y = -4e^{-2t}$ ,  $y(0) = -2$  für  $y = y(t)$ .

Im weiteren bezeichnen wir mit  $Y = Y(s)$  die Laplace-Transformierte der gesuchten Funktion  $y$ .

Wenden Sie auf beiden Seiten der gegebenen Dgl die Laplace-Transformation an und stellen Sie nach  $Y$  um.

**Ergebnis:**  $Y(s) = \text{✗} \frac{-4/((s-2)*(s+2))-2/(s+2)}{((-4/((s-2)*(s+2)))-2/(s-2))}$

Ermitteln Sie nun die gesuchte Lösung  $y$  mittels der inversen Laplace-Transformation.

**Ergebnis:**  $y(t) = \text{✓} \frac{-2*\cosh(2*t)}{(%e^{-(2*t)}-3*%e^{(2*t)})}$



## Erzeugung von Grafiken per Maxima-Syntax

Beispiel: Lineare Funktion.

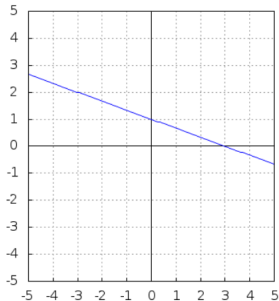
Name	{ bild }
Typ	Bild <span style="background-color: #f4a460; padding: 2px 5px;">NEU</span>
Wert	Berechnung (MAXIMA) <span style="border: 1px solid #ccc; padding: 2px;">▼</span>
<pre>set_draw_defaults(yrange = [-5,5],grid = true)\$ draw2d( xtics=1,ytics=1, [\$FILENAME], color=black, explicit(0*x,x,-5,5), parametric(0,t,t,-5,5), color=blue, explicit({m}*x+{n},x,-5,5), dimensions=[400,400]);</pre>	

## Erzeugung von Grafiken per Maxima-Syntax

### Beispiel: Lineare Funktion.

Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

Welche Funktion ist hier dargestellt? Geben Sie die richtige Bildungsvorschrift an.

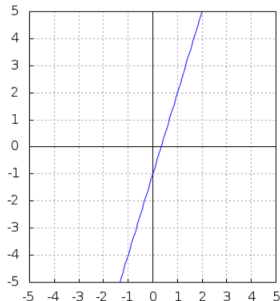


$f(x) = \checkmark \text{-x/3+1} (1-x/3)$

Formeleingabe:  $x \cdot y = x^y$ ,  $\frac{x}{y} = x/y$ ,  $x^y = x^y$

Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

Welche Funktion ist hier dargestellt? Geben Sie die richtige Bildungsvorschrift an.



$f(x) = \checkmark \text{3*x-1}$

Formeleingabe:  $x \cdot y = x^y$ ,  $\frac{x}{y} = x/y$ ,  $x^y = x^y$

## Autorenmasken für Bild-Variablen

Vorgefertigte Masken zur Erstellung von Funktionsplots, Balkendiagrammen und Kreisdiagrammen.

Name

Typ  NEU

Wert

Segmente	Wert
	<input style="width: 150px;" type="text" value="{blau}"/>
	<input style="width: 150px;" type="text" value="{gruen}"/>
	<input style="width: 150px;" type="text" value="{rot}"/>
	<input style="width: 150px;" type="text" value="{andere}"/>

Bezeichnung  als Legende anzeigen

Bildgröße  x

## Autorenmasken für Bild-Variablen

### Beispiel: Kreisdiagramm

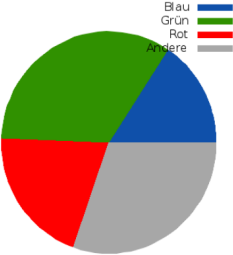
☑ Erreicht: 1 von 1 Punkt(en)

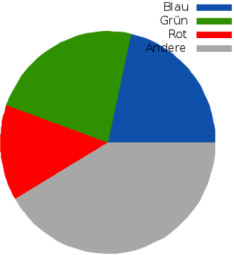
An einer Schule wurde eine Umfrage zu den Lieblingsfarben der Schüler durchgeführt.

Folgende Ergebnisse wurden dabei erfasst:

Lieblingsfarbe Blau:	28
Lieblingsfarbe Grün:	30
Lieblingsfarbe Rot:	18
Andere Lieblingsfarbe:	54

Welches der folgenden Kreisdiagramme gibt die Umfrageresultate wieder?





## Aufgabenpool

seit April 2014

### Hochschulübergreifender Aufgabenpool Mathematik

- `aufgabenpool.zip`  
 Juli 2014: ca. 4 MB  
 Juli 2015: ca. 12 MB  
 März 2017: ca. 22 MB  
 September 2017: ca. 29 MB
- Stand 4.9.2017:  
 Anzahl an Aufgaben: 2311  
 Formelvergleich: 1008  
 Berechnung: 479  
 Autoren: 34

#### Struktur Aufgabenpool

- [-] Aufgabenpool
  - [-] Aufgabenpool Mathematik
    - [-] Algebra
    - [-] Analysis
    - [-] Differentialgleichungen
    - [-] Englischsprachige Aufgaben
    - [-] Grundlagen
      - [-] Kombinatorik
      - [-] Lineare Algebra
      - [-] Lineare Optimierung
      - [-] Numerik
      - [-] Optimierung
      - [-] Programmierung
    - [-] Stochastik

#### Analytische Geometrie

Neuer Ordner
Neuer Test

	Typ	Titel
<input type="radio"/>		abstand_geraden_parallel
<input type="radio"/>		abstand_geraden_schne
<input type="radio"/>		abstand_geraden_winds
<input type="radio"/>		abstand_punkt_gerade_
<input type="radio"/>		abstand_punkt_punkt_0
<input type="radio"/>		betrag_vektor_01
<input type="radio"/>		betrag_vektor_02
<input type="radio"/>		Dreieck

## Einsatz in mathematischen Lehrveranstaltungen

Seit 2013 wurden an der Fakultät für Mathematik zu folgenden Kursen elektronische Übungsaufgaben entworfen:

- Funktionentheorie / Complex Analysis
- Analysis für Mathematiker
- Numerische Methoden für Ingenieure
- Höhere Mathematik für Maschinenbauer
- Höhere Mathematik für Elektrotechnik und Informatik
- Mathematik I und II für Wirtschaftswissenschaftler
- Höhere Mathematik für verschiedene Bachelorstudiengänge
- Studienvorbereitung / Abiturwissen (Online-Brückenkurs)

## Online-Übungen als Prüfungsvorleistung


**Beispiel:** Höhere Mathematik für Maschinenbauer (I bis III)

- Elektronische Hausaufgaben
- Format der Veranstaltung: Vorlesung + Übung + **Online-Praktikum**
- Einteilung des Praktikums in 4 Kapitel

## Online-Übungen als Prüfungsvorleistung

### Beispiel: Höhere Mathematik für Maschinenbauer (I bis III)

- Elektronische Hausaufgaben
- Format der Veranstaltung: Vorlesung + Übung + **Online-Praktikum**
- Einteilung des Praktikums in 4 Kapitel
- In jedem Kapitel:
  - 3 bis 4 elektronische **Übungen**, welche alle bestanden werden müssen (50%), aber beliebig oft durchführbar sind
  - Alle Aufgaben sind mit ausführlichen Musterlösungen hinterlegt
  - 1 abschließender **Test** (nur 2 Versuche, Zeitbegrenzung, Stichtag für die Abgabe)

<input checked="" type="checkbox"/>	Tutorial
▶ 	Kapitel 1
<input type="checkbox"/>	Wichtige Hinweise
<input checked="" type="checkbox"/>	Übung 1: Grundlagen, Teil 1
<input checked="" type="checkbox"/>	Übung 2: Grundlagen, Teil 2
<input checked="" type="checkbox"/>	Übung 3: Komplexe Zahlen
<input checked="" type="checkbox"/>	Übung 4: Beträge und Ungleichungen
<input checked="" type="checkbox"/>	Test zu Kapitel 1



## Online-Übungen als Prüfungsvorleistung

### Beispiel: Höhere Mathematik für Maschinenbauer (I bis III)

- Elektronische Hausaufgaben
- Format der Veranstaltung: Vorlesung + Übung + **Online-Praktikum**
- Einteilung des Praktikums in 4 Kapitel
- In jedem Kapitel:
  - 3 bis 4 elektronische **Übungen**, welche alle bestanden werden müssen (50%), aber beliebig oft durchführbar sind
  - Alle Aufgaben sind mit ausführlichen Musterlösungen hinterlegt
  - 1 abschließender **Test** (nur 2 Versuche, Zeitbegrenzung, Stichtag für die Abgabe)
- **Prüfungsvorleistung:** Bestehen aller 4 Online-Tests

Tutorial

⚡  Kapitel 1

---

Wichtige Hinweise

Übung 1: Grundlagen, Teil 1

Übung 2: Grundlagen, Teil 2

Übung 3: Komplexe Zahlen

Übung 4: Beträge und Ungleichungen

Test zu Kapitel 1

## Online-Übungen als Prüfungsvorleistung

### Beispiel: Höhere Mathematik für Maschinenbauer (I bis III)

- Elektronische Hausaufgaben
- Format der Veranstaltung: Vorlesung + Übung + **Online-Praktikum**
- Einteilung des Praktikums in 4 Kapitel
- In jedem Kapitel:

- 3 bis 4 elektronische **Übungen**, welche alle bestanden werden müssen (50%), aber beliebig oft durchführbar sind
- Alle Aufgaben sind mit ausführlichen Musterlösungen hinterlegt
- 1 abschließender **Test** (nur 2 Versuche, Zeitbegrenzung, Stichtag für die Abgabe)

Tutorial

⚡  Kapitel 1

---

Wichtige Hinweise

Übung 1: Grundlagen, Teil 1

Übung 2: Grundlagen, Teil 2

Übung 3: Komplexe Zahlen

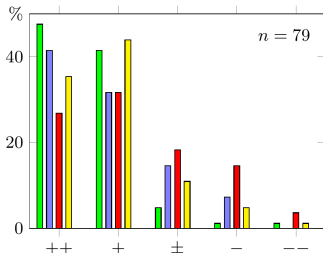
Übung 4: Beträge und Ungleichungen

Test zu Kapitel 1

- **Prüfungsvorleistung:** Bestehen aller 4 Online-Tests
- Durchführung des Praktikums
  - Nicht zwingend zeit- und ortsgebunden, d.h. Studierende dürfen Praktikumsaufgaben selbstständig zuhause oder in PC-Pool bearbeiten
  - Zusätzlich: feste **Praktikumszeiten**, zu denen jeweils ein Dozent als Ansprechpartner zur Verfügung steht

## Rückmeldungen

- Viele positive Rückmeldungen seitens der Studenten:
  - (Zeitliche) Flexibilität, mehrmaliges Üben mit neuen Parametern
  - Hinweise und Musterlösungen zu den einzelnen Aufgaben vorhanden
  - Pflicht/Zwang, sich regelmäßig und selbstständig mit Mathematik zu beschäftigen
- Hauptkritikpunkte:
  - Technische Problemstellungen und Herausforderungen (z.B. Eingabe mittels Maxima-Syntax)



**A** Die elektronischen Übungen haben mir dabei geholfen, ein besseres Verständnis für den behandelten Stoff zu entwickeln.

**B** Mithilfe der elektronischen Übungen habe ich stets einen guten Eindruck über meinen aktuellen Wissensstand erhalten.

**C** Ich habe die Übungen/Tests gern durchgeführt.

**D** Ich bin mit der Bedienung der Übungen/Tests gut zurecht gekommen.

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

**Franziska Nestler**

Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Mathematik  
franziska.nestler@mathematik.tu-chemnitz.de

**Prof. Daniel Potts**

Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Mathematik  
potts@mathematik.tu-chemnitz.de

**Yvonne Winkelmann**

BPS Bildungsportal Sachsen GmbH  
yvonne.winkelmann@bps-system.de